COLEGIUL NAȚIONAL
„UNIREA”
Str. Cezar Bolliac, Nr. 15, Focşani, Vrancea
Tel / Fax: 0040 237 215659; e-mail: cnu@lufo.ro; http://unireamat.lufo.ro/

Concursul Interjudețean de Matematică „UNIREA”
Focşani, 12 mai 2012

Clasa a V-a – Soluții şi barem

Subiectul 1. Fie *a* şi *b* numere naturale şi mulțimile $A=\{3a+2,10\}$ şi $B=\{b+1,3a+1\}$. Să se determine *a* şi *b* astfel încât $A\cup B$ să aibă două elemente.

Soluție:

$3a+2\neq 10$ pentru orice $a \notin A$ => $cardA=2$

Pentru ca $A\cup B$ să aibă două elemente trebuie ca $B\subset A$ **(1p)**

Avem situațiile:

i) $b+1=3a+1=10$ şi de aici $a=3, b=9$ **(3p)**

ii) $3a+1=10$ şi $b+1=3a+2$ şi atunci $a=3, b=10$ **(3p)**

Subiectul 2. Determinați numerele naturale *a* şi *b* ştiind că $4a+5b=2012$ şi că *a* divide *b*.

Soluție: *a* divide *b* => $b=a\cdot x$, $x\in\mathbb{N}$ **(2p)**

$4a+5b=2012 <=> a(4+5x)=2^2\cdot 503 => 4+5x\in\{1,2,4,503,1006,2012\}$ **(3p)**

$=> a=503,\ 4+5x=4\ => a=503,\ b=0$ **(2p)**

Subiectul 3. a) Aflați numărul numerelor de 10 cifre pentru care produsul cifrelor este 4.

b) Suma oricăror 4 numere, din 5 numere naturale date, este divizibilă cu 5. Să se arate că fiecare număr este divizibil cu 5.

Soluție:

a) $x=\overline{a_1a_2...a_{10}}$, $a_1\cdot...\cdot a_{10}=4$ => numărul conține un 4 şi restul 1 sau 2 de 2 şi restul 1 **(2p)**

În prima situație avem 10 numere, iar în a doua situație sunt $9+8+...+2+1=45$ numere

În total sunt 55 numere **(2p)**

b) Fie $a=x_1+x_2+x_3+x_4+x_5 => a-x_1, a-x_2, a-x_3, a-x_4, a-x_5 \vdots 5$ **(1p)**

$=> 4\cdot a \vdots 5 <=> a \vdots 5$ **(1p)**

$a-x_k \vdots 5$, $a \vdots 5$ $=> x_k \vdots 5$, $k=\overline{1,4}$ **(1p)**

COLEGIUL NAȚIONAL „UNIREA"
Str. Cezar Bolliac, Nr. 15, Focşani, Vrancea
Tel / Fax: 0040 237 215659; e-mail: cnu@lufo.ro; http://unireamat.lufo.ro/

Subiectul 4. Suma cifrelor numărului A este 2012. Aflați suma cifrelor numărului $A+4$.
Soluție:

$A=\overline{a_1a_2...a_p}$, $s(A)=a_1+a_2+...+a_p=2012$

Dacă $a_p<6$ atunci suma cifrelor lui $A+4$ este $s(A+4)=2016$ **(2p)**

Dacă $a_p\geq 6$, fie n numărul de cifre de 9 consecutive ce se află înaintea lui a_p

Atunci $A+4=\overline{a_1a_2...(a_n+1)00...0(a_p-6)}$, cifra 0 apare de n ori **(2p)**

Obținem $s(A+4)=a_1+a_2+...+a_n+a_p-5=2012-9p-5=2007-9p$

unde $p\in\{0,1,...,222\}$ **(3p)**