Concursul naţional de matematică UNIREA 2016

Ediţia a 15-a

Focşani, Ianuarie 2016

Clasa a 7-a

Problema 1. (a) Arătaţi că 2016 nu poate fi scris ca sumă de două pătrate perfecte.
(b) Se poate scrie 2016 ca sumă de trei pătrate perfecte?

Problema 2. (a) Să se arate că există a, b numere naturale diferite pentru care

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{2016}.$$

(b) Să se arate că pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ există $a_1, a_2, ..., a_n$ numere naturale diferite două câte două pentru care

$$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+...+\frac{1}{a_n}=\frac{1}{2016}.$$

Problema 3. În triunghiul ABC avem $AD \perp BC$, $D \in BC$ şi E mijlocul lui $[BC]$. Dacă $AB = 2 \cdot DE$, arătaţi că $m(\widehat{B}) = 2 \cdot m(\widehat{C})$.

Problema 4. Fie ABC un triunghi echilateral de latură 1 şi segmentele $MQ||AB, RN||BC$ şi $TP||CA$ unde $M, N \in (AC), P, Q \in (BC)$ şi $R, T \in (AB)$ astfel înât MQ, RN şi TP sunt concurente.

(a) Demonstraţi că $AM + BR + CP = 1$.
(b) Demonstraţi că triunghiul determinat de mijloacele segmentelor MQ, RN şi TP este echilateral.

Timp de lucru 3 ore
Fiecare problemă va fi notată cu maxim 7 puncte