



Concursul național de matematică UNIREA 2016

Ediția a 15-a

Focșani, Ianuarie 2016

Clasa a 10-a

Problema 1. Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația

$$x \cdot 3^{x^2-3} - 3^{x+1} + x^2 \cdot 3^x = x^2 + x - 3.$$

Problema 2. Determinați funcțiile $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ cu proprietatea că

$$f(x^2 + yf(y)) = xf(x) + y^2, \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

Problema 3. (a) Dacă $a, b, c > 1$ și $a \geq b$, arătați că

$$\log_a c \leq \log_b c.$$

(b) Dacă $x, y, z \geq 2$, arătați că

$$\log_{x+y} z + \log_{y+z} x + \log_{z+x} y \geq \frac{3}{2}.$$

Problema 4. Se consideră un pentagon convex ce are toate unghiurile egale cu proprietatea că lungimile laturilor acestuia pot fi aranjate astfel încât să fie în progresie aritmetică. Demonstrați că pentagonul este regulat.

Timp de lucru 3 ore

Fiecare problemă va fi notată cu maxim 7 puncte