



Concursul interjudețean de matematică UNIREA 2014

Ediția 12+1

Focșani, februarie 2014

Clasa a 9-a

Problema 1. (a) Câte pătrate perfecte conține o progresie aritmetică infinită care are primul termen 7 și rația 5 ?

(b) Fiind dată o progresie aritmetică infinită de numere naturale cu proprietatea că unul dintre termeni este 225, să se demonstreze că progresia conține o infinitate de pătrate perfecte.

Problema 2. Fie $M \subset (-1, 1)$ o mulțime cu n numere reale ($n \geq 2$). Arătați că există o partiție a lui M în două submulțimi M_1 și M_2 astfel încât dacă s_1 este suma elementelor lui M_1 și s_2 este suma elementelor lui M_2 , atunci $|s_1 - s_2| < 1$.

(M_1 și M_2 reprezintă o partiție a lui M dacă aceste sunt disjuncte și $M_1 \cup M_2 = M$. Se consideră că suma elementelor mulțimii vide este 0)

Problema 3. Pe laturile $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ și $[DA]$ ale unui patrulater convex $ABCD$ se consideră punctele M, N, P respectiv Q . Fie G_1, G_2, G_3 și G_4 centrele de greutate ale triunghiurilor AMQ, BNM, CNP respectiv DPQ .

Arătați că $G_1G_2G_3G_4$ este paralelogram dacă și numai dacă $ABCD$ este paralelogram.

Problema 4. Pe fiecare latură a unui poligon convex cu n laturi ($n \geq 3$) se alege câte un punct și se duce din acest punct un vector perpendicular pe latură, îndreptat spre exteriorul poligonului și de lungime egală cu lungimea acestei laturi.

Arătați că suma tuturor acestor vectori este vectorul nul.

Timp de lucru 3 ore

Fiecare problemă va fi notată cu maxim 7 puncte