



Concursul interjudețean de matematică UNIREA 2014

Ediția 12+1

Focșani, februarie 2014

Clasa a 8-a

Problema 1. Să se afle numerele reale x, y, z pentru care au loc simultan relațiile:

$$x + y + z = 2013, \textbf{(1)}; x^2 = yz, \textbf{(2)}; y^2 = xz, \textbf{(3)}.$$

Problema 2. Se dă numărul $A = (n - 5)(n - 2)(n + 2)(n - 4)(n - 3) - 1080$.

- (a) Arătați că A se divide cu 12, pentru orice $n \in \mathbb{Z}$.
- (b) Arătați că A se divide cu $n - 7$, pentru orice $n \in \mathbb{Z}$.

Problema 3. În centrul O al pătratului $ABCD$ cu latura de lungime a se consideră perpendiculara d pe planul acestuia. Să se arate că:

- (a) Există cel puțin două puncte pe dreapta d situate la distanța a de punctul D .
- (b) Dacă E este unul dintre punctele determinate la punctul (a), atunci $AE \perp CE$.
- (c) Aflați distanța dintre dreptele AC și DE .
- (d) Dacă M este un punct mobil (variabil) pe segmentul (DE) , determinați poziția punctului M astfel încât aria triunghiului MAC să fie minimă. În acest caz aflați aria triunghiului MAC .

Problema 4. Se dă ecuația $x^y + x^z + x^t = 31 \cdot x^{31}$.

- (a) Să se rezolve ecuația în mulțimea numerelor naturale.
- (b) Câte soluții are ecuația în mulțimea numerelor naturale dacă x, y, z și t sunt distincte două câte două și $x + y + z + t = 10$.

Timp de lucru 3 ore

Fiecare problemă va fi notată cu maxim 7 puncte