



Concursul interjudețean de matematică UNIREA 2014

Ediția 12+1

Focșani, februarie 2014

Clasa a 5-a

Problema 1. Să se afle trei numere naturale a, b, c știind că b împărțit la a dă câtul 27 și restul 4, c împărțit la b dă câtul 3 și restul 363, iar suma lor este 2014.

Problema 2. (a) Să se afle numerele $\overline{ab}$ pentru care

$$\overline{ab} - \overline{ba} = a \cdot b + b.$$

(b) Fie $x = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2012}$ și $y = 1 + 2 + 3 + \dots + 2013$. Să se arate că $x - y$ este divizibil cu 10.

Problema 3. (a) Să se afle numărul format din ultimile patru cifre ale numărului

$$x = 2^{2018} + 15 \cdot 2^{2014} + 2^{2012} + 2^3 + 2^2 + 2.$$

(b) Să se arate că $5^{2014} < 2^{4700}$.

Problema 4. (a) Dacă a, b dau la împărțirea cu 3 resturile 1, respectiv 2, să se arate că $a + b$ este divizibil cu 3.

(b) Este adevărat că, oricare ar fi 6 numere naturale distincte ce au la descompunerea în factori primi doar factorii 2 sau 5, există două dintre ele al căror produs este cub perfect?

Timp de lucru 3 ore

Fiecare problemă va fi notată cu maxim 7 puncte