COLEGIUL NAȚIONAL „UNIREA”
Str. Cezar Bolliac, Nr. 15, Focşani, Vrancea
Tel / Fax: 0040 237 215659; e-mail: cnu@lufo.ro; http://unireamat.lufo.ro/

Concursul Interjudețean de Matematică „UNIREA”
Focşani, 23 februarie 2013

Clasa a IX-a

Subiectul 1. Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ un şir neconstant pentru care $3(a_1+a_2+...+a_n)=n\cdot a_{n+1}$, oricare ar fi n număr natural nenul. Să se arate că şirul $(b_n)_{n\geq 1}$, definit prin $n\cdot b_n=a_n$ este o progresie aritmetică.

Subiectul 2. Să se arate că:

a) Dacă $[n\cdot a]=[n\cdot b]$, oricare ar fi $n\in\mathbb{N}^*$, atunci $a=b$;

b) $\frac{2}{5}\cdot\frac{8}{11}\cdot\frac{14}{17}\cdot...\cdot\frac{6n-4}{6n-1}<\frac{1}{2\sqrt{n}}$, pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$.

Subiectul 3. Fie triunghiul *ABC* şi punctele $M\in(AB)$, $S\in(BC)$, $P\in(CA)$ astfel încât *AM*, *BS*, *CP* să fie direct proporționale cu 2, 3 şi 4. Dacă *G* este centrul de greutate al triunghiului *MSP* şi $6AB\cdot\overrightarrow{AG}+4BC\cdot\overrightarrow{BG}+3CA\cdot\overrightarrow{CG}=\vec{0}$, atunci *AB*, *BC*, *CA* sunt direct proporționale cu 2, 3 şi 4.

Subiectul 4. Se dă triunghiul *ABC* şi punctele $A_1\in(BC)$, $B_1\in(AC)$, $C_1\in(AB)$, $A_2\in(B_1C_1)$, $B_2\in(A_1C_1)$, $C_2\in(A_1B_1)$. Se consideră condițiile ca următoarele triplete de drepte (i) (AA_1,BB_1,CC_1), (ii) (A_1A_2,B_1B_2,C_1C_2), (iii) (AA_2,BB_2,CC_2) să fie concurente. Să se arate că dacă au loc două concurențe atunci are loc şi a treia.

Timp de lucru: 3 ore

SUCCES!