



**COLEGIUL NAȚIONAL
„UNIREA”**

Str. Cezar Bolliac, Nr. 15, Focșani, Vrancea

Tel / Fax: 0040 237 215659; e-mail: cnu@lufo.ro; <http://unireamat.lufo.ro/>

**Concursul Interjudețean de Matematică „UNIREA”
Focșani, 23 februarie 2013**

Clasa a VIII-a

Subiectul 1. Numim *număr special* un număr de forma $a + b\sqrt{3}$ unde $a, b \in \mathbb{Z}$ și $a^2 - 3b^2 = 1$.

- Să se arate că $7 + 4\sqrt{3}$ este un *număr special*;
- Să se demonstreze că produsul a două *numere speciale* este un *număr special*;
- Să se justifice faptul că există o infinitate de *numere speciale*.

Subiectul 2. Fie $n \in \mathbb{N}^*$. Considerăm ecuația $\sqrt{(x-2n)(x-2n-1)} = x-1$.

- Să se arate că ecuația are o singură soluție, și că ea aparține mulțimii $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$.
- Să se precizeze primele două cifre care sunt după virgulă din scrierea zecimală a soluției ecuației.

Subiectul 3. În cubul $ABCD A' B' C' D'$ cu muchia de lungime a , considerăm punctul $E \in [B' C]$ astfel încât $B' E = \frac{1}{4} B' C$. Dacă O' este centrul feței $A' B' C' D'$, aflați:

- măsura unghiului dintre dreptele $O' E$ și $A' D$;
- distanța dintre dreptele $O' E$ și $A' D$.

Subiectul 4. Se consideră un cub cu muchia de lungime 1 și P un punct în interiorul cubului. Se notează cu $s(P)$ suma pătratelor distanțelor de la P la cele 6 fețe și cu $S(P)$ suma pătratelor distanțelor de la P la cele 8 vârfuri. Să se arate că $s(p) + S(P) \geq \frac{15}{2}$ și să se precizeze poziția lui P pentru care are loc egalitatea.

Timp de lucru: 3 ore

SUCCES!