



**COLEGIUL NAȚIONAL  
„UNIREA”**

Str. Cezar Bolliac, Nr. 15, Focșani, Vrancea

Tel / Fax: 0040 237 215659; e-mail: [cnu@lufo.ro](mailto:cnu@lufo.ro); <http://unireamat.lufo.ro/>

---

**Concursul Interjudețean de Matematică „UNIREA”  
Focșani, 23 februarie 2013**

Clasa a XII-a

**Subiectul 1.** Fie  $G$  un grup și  $H$  un subgrup propriu al său cu proprietatea că există  $a \in G - H$  astfel încât  $H \cup \{a, a^{-1}\}$  este de asemenea un subgrup în  $G$ . Determinați ordinul lui  $a$ .

**Subiectul 2.** Fie  $(A, +, \cdot)$  un inel și  $a, b \in A$ . Dacă este  $1 + a \cdot b$  inversabil atunci și  $1 + b \cdot a$  este inversabil.

**Subiectul 3.** Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt[n^2]{\prod_{k=1}^n k^k}$ .

**Subiectul 4.** Determinați funcția continuă  $f : [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$  cu proprietățile:

(1) limita  $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^x y f(y) dy$  există și este finită;

(2)  $\int_0^x y f(y) dy \leq \min_{y \in [x, 2x]} f(y)$ , pentru orice  $x > 0$ .

Timp de lucru: 3 ore

**SUCCES!**